En route vers la Seconde !

Retrouver quelques automatismes pour bien démarrer l'année de Seconde.

Se redonner confiance. Réviser les bases du Collège.

SOMMAIRE

Blanche de Castille 78150 Le Chesnay Rocquencourt

I Calcul numérique : priorités opératoires, écritures fractionnaires, puissances.

a) Vocabulaire :

Compléter :

L'inverse de $\frac{5}{3}$ est …. ; l'opposé de $\frac{5}{3}$ est … ; l'inverse de l'opposé de $-\frac{3}{4}$ est …..

b) Calculs et priorités opératoires :

Effectuer les calculs numériques suivants :

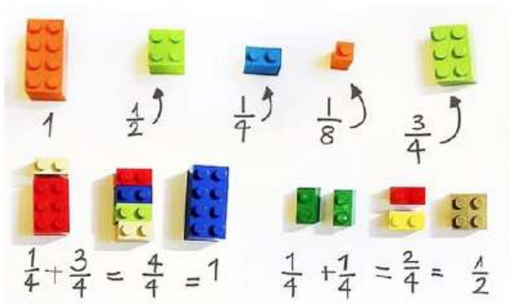
$A = 16 - 2 \times (2+4)^2$; $B = 5 + (5-3) \times (2+4)$; $C = -10 \times 2 \times (-2) \times 5 \times (-3) \times (-5) \times (-7)$;

$D = -7 \times 5 - 3 \times 11$; $E = 5 - \left[4 - (1-9)\right]$; $F = 6 - \left[-4 \times (-3) + 5 \times (-2)\right] \times (-4)$;

$G = \dfrac{(6-3) \times (-9+5)}{(7-9+1) \times 2}$; $H = \dfrac{6 - 4 \times 5 + 8}{3 + 7 \times (-2) + 7}$.

c) Calculs en écriture fractionnaire :

Effectuer les calculs suivants en donnant le résultat sous forme d'entier ou de fraction irréductible :



$A = -\dfrac{9}{7} - \dfrac{15}{14} \times \dfrac{2}{45}$; $B = \dfrac{15}{7} \times \left(\dfrac{3}{5} - \dfrac{2}{3}\right)$;

$C = \dfrac{7}{29} \times \left(\dfrac{2}{7} - \dfrac{5}{3}\right)$; $D = \dfrac{11}{12} - \dfrac{11}{54} \times \dfrac{45}{32}$;

$E = \dfrac{5}{7} \times \left(\dfrac{1}{5} - \dfrac{2}{3}\right)$; $F = \dfrac{5}{7} - \dfrac{12}{28} \times \dfrac{20}{6}$;

$G = \dfrac{27}{28} - \dfrac{1}{2} \times \left(1 - \dfrac{9}{15}\right)$; $H = -\dfrac{1}{3} - \dfrac{7}{6} \times \left(\dfrac{4}{7} - \dfrac{5}{4}\right) + 3$; $I = \dfrac{3}{5} - \dfrac{5}{7} \times \left(2 + \dfrac{3}{9}\right)$;

$J = 5 - \dfrac{5}{3} \times \dfrac{21}{12} + \dfrac{3}{18}$; $K = \dfrac{28}{12} - \dfrac{5}{3} \times \left(3 - \dfrac{6}{9}\right)$; $L = \dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}}$;

$M = \dfrac{\frac{3}{5} - \frac{1}{4}}{1 + \frac{4}{10}}$; $N = \dfrac{3 + \frac{5}{4}}{5 - \frac{1}{7}}$; $O = \dfrac{3 + \frac{1}{9}}{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}}$;

$P = \left(\dfrac{3}{4} - \dfrac{7}{2}\right) \div \dfrac{33}{5}$; $Q = \left(\dfrac{11}{3} + \dfrac{11}{7}\right) \div \left(\dfrac{11}{6} + \dfrac{11}{4}\right)$; $R = \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3}\right) \div \left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3}\right)$;

$S = -\dfrac{7}{4} \times \dfrac{1}{25} + \dfrac{7}{100}$; $T = \dfrac{16}{9} \times \dfrac{3}{14} \times \dfrac{5}{8}$; $U = \dfrac{7}{12} - \dfrac{5}{12} \times \dfrac{72}{21}$;

$V = \left(\dfrac{7}{12} - \dfrac{5}{12}\right) \times \left(\dfrac{72}{21}\right)$; $W = \left(\dfrac{3}{5} - \dfrac{2}{7}\right) \div \left(\dfrac{1}{35} - \dfrac{3}{7}\right)$; $X = \dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{3} \times \left(\dfrac{1}{4} - \dfrac{5}{12}\right)$;

$Y = \dfrac{1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}}{2 + \frac{3}{4} + \frac{1}{3}}$; $Z = \dfrac{\frac{3}{4} - \frac{7}{8}}{\frac{5}{2} + \frac{11}{4} + \frac{23}{8}}$.

d) **Puissances :**

QCM : sans calculatrice, entourer la bonne réponse.

Nébuleuse d'Andromède :	*2 millions d'années—lumière*
Syrius :	*8174×10^{10} km*
Pluton :	*5913 millions de km*
Vénus :	*108 millions de km*
Terre :	*15×10^{7}km.*

Remarque : une année-lumière : 1 a.l $\approx 9,5\times 10^{12}$ km.

	A	B	C
$2^{-3} =$	-8	$0,002$	$\frac{1}{8}$
$-2^4 =$	16	-16	$-\frac{1}{16}$
$\frac{-3^2}{5} =$	$\frac{9}{5}$	$-\frac{9}{25}$	$-\frac{9}{5}$
$\left(2\times 10^3\right)^2 =$	2×10^5	4×10^9	4×10^6
$0,00023 =$	$2,3\times 10^{-4}$	23×10^5	23×10^{-4}
$\left(2\times 10^{-3}\right)^{-2} =$	2×10^6	25×10^4	4×10^{-5}

Exercice 1 : écrire les nombres suivants sous la forme d'une seule puissance (sous la forme a^n, a et n entiers relatifs)

$$A = 5^{-3}\times\left(5^3\right)^2 \ ; \quad B = \frac{10^{-4}\times(-10)^{11}}{-\left(10^3\right)^2} \ ; \quad C = \frac{0,001\times 0,01}{10000} \ ; \quad D = \frac{\left(7^5\right)^4}{7^{12}} \ ;$$

$$E = \frac{4^3\times 2^{-3}}{8^3} \ ; \quad F = (0,0001)^3\times(100000)^5.$$

Exercice 2 : déterminer l'écriture décimale.

$$A = 5\times 10^4 + 2 + 7\times 10^{-2} \ ; \quad B = 10^{-4}\times 0,2\times 10^3\times\frac{1}{10^2}.$$

Exercice 3 : calculer et mettre le résultat sous forme scientifique.

$$A = 5\times 10^6\times 2,4\times 10^{-2} \ ; \quad B = \frac{(-0,006)^3}{(0,06)^2} \ ; \quad C = \frac{12\times 10^{-9}\times 5\times\left(10^2\right)^3}{24\times 10^{-2}}$$

Exercice 4 :
Voici une liste de corps célestes ainsi que leur distance au soleil :
Donner ces distances en km en écriture scientifique puis les classer par ordre croissant.

II Calcul littéral :

a) Vocabulaire :

Exercice 1 :

En prenant exemple sur les deux premières lignes, compléter le tableau :

$A = x^2 + x$	Somme	A est la somme des termes x^2 et x
$B = (x+5)(x+3)$	Produit	B est le produit des facteurs $x+5$ et $x+3$
$C = x + 5(x+3)$		
$D = (x-5)^2 - 4$		
$E = 3(x-1)(2x+3)$		
$F = 3x(2x+5) + 5(x-1) - 7$		
$G = [3(x+1)+7](6x-1)(3-x)$		

Exercice 2 :

Traduire chaque phrase par une expression algébrique :
Exemple : « la somme de 5 et du produit de 3 par x » : $5+3x$.

a) « Le produit de la somme de 7 et x et de la différence de y et 8 ».
b) « Le double du carré de a ».
c) « le quotient du cube de x et du double de x ».
d) « la différence du carré de 5 et du double de x »
e) « le carré de la somme de 4 et de x »

b) Développement et réduction :

Exercice 1 : supprimer les parenthèses puis réduire :

$A = -3b + 4 + (-b+5)$; $B = 5 - 2y - (7-4y)$;
$C = -b + 4 + (3b-2) - (8b-5)$; $D = d - 1 - (3d+4) + (5-4d) - (7d+5) + 5$.

Exercice 2 : développer et réduire (penser aux identités remarquables)

$A = 2x + 3(5x-2)$; $B = (6+7x)(6-7x)$; $C = -3(2x-5) - (4x+2)\times 6$;
$D = 7x(x-4) + (x+1)^2$; $E = 3x - (x-1) - (x+7)(x+3)$; $F = (5x+4)(3x+5) - (6x+3)(2x-7)$;
$G = (3x+1)^2 + (5x-4)^2$; $H = (-8x+3)(2x+4) - 4x^2$ $I = 5x - 3x(6+7x) - (2x-5)^2$
$J = 2(3x-1)^2 - (7x-2)(x-1)$

c) Factorisations :

Factoriser (penser aux identités remarquables) :

$A = x^2 + 2x$; $B = 49x^2 + 28x + 4$; $C = (2x+3)(x-5) - (2x+3)(x-1)$;
$D = 16x^2 - 49$; $E = (x+5)(2x-3) - (6x-9)$; $F = (3x+8)(2x-9) + (1-5x)(9-2x)$;
$G = 36 - (2x+5)^2$; $H = 16(x+1)^2 - 49(x-1)^2$; $I = (3x+2)(x-5) + x^2 - 25$;
$J = 4x^2 + 28x + 49 - (x^2 + 12x + 36)$; $K = (x^2 - 18x + 81) + (x+4)(9-x) - 3x + 27$.

III Résolution d'équations et d'inéquations :

a) Equations du premier degré :

Résoudre les équations suivantes :

$(E_1): 3x-1=-13$; $(E_2): 5x=0$; $(E_3): 4-x=7$; $(E_4): 11x-3=2x+9$;

$(E_5): \dfrac{3}{2}x-\dfrac{5}{3}=0$; $(E_6): \dfrac{2}{3}x+1=x-3$; $(E_7): 2(x-3)=\dfrac{1}{4}(3x-2)+\dfrac{1}{2}$;

$(E_8): 2x-3(x+1)=\dfrac{1-2x}{2}$; $(E_9): \dfrac{x+1}{2}-\dfrac{x+2}{3}+\dfrac{x+3}{4}=x-3$.

b) Equations produit-nul :

Résoudre les équations suivantes :

$(E_1): (3x-2)(-x+7)=0$; $(E_2): (-2x-5)(3x+2)=0$; $(E_3): 2(1-x)(x-3)=0$;

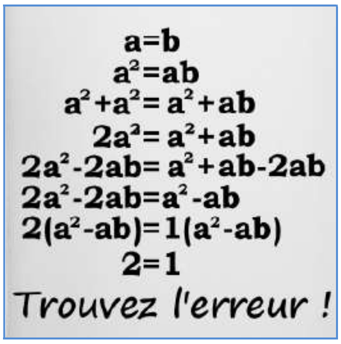
$(E_4): (x+1)^2(2x-3)=0$; $(E_5): (2-3x)(x-4)-(x-4)(5+2x)=0$;

$(E_6): (4x-2)(7x+1)(12x-6)=0$; $(E_7): (2x-1)^2=(2x-1)(x+3)$; $(E_8): x^2-6x+9=0$;

$(E_9): (3x+1)^2-(x+1)^2=0$; $(E_{10}): (2x-1)(x+1)=5x+5$;

$(E_{11}): x^3-4x^2+4x=0$; $(E_{12}): (x-1)^2=(2x+1)^2$; $(E_{13}): 4x^2=4x-1$;

$(E_{14}): (4x^2-9)-2(2x-3)+x(2x-3)=0$.



c) Inéquations du premier degré :

Exercice 1 : Résoudre les inéquations suivantes et représenter leurs solutions sur une droite graduée :

$(I_1): x+5<10$; $(I_2): 3x>2$; $(I_3): -x-3\geq 2$; $(I_4): -7\leq 10x+8$;

$(I_5): x+6<10x$; $(I_6): 1-7x\leq 7+x$; $(I_7): -10x+4<-4+2x$; $(I_8): x<5(x+2)$;

$(I_9): x-(1+3x)\leq x+2$; $(I_{10}): -6(x-2)\geq 2(x+6)$; $(I_{11}): 1-4(x+1)\leq 7-(2x+2)$.

Exercice 2 :

1. Résoudre les inéquations suivantes : $(I_1): 3x+8\geq -4$; $(I_2): -13x+12>-14$.
2. Sur une droite graduée, repasser en rouge les solutions de l'inéquation (I_1) et en vert les solutions de l'inéquation (I_2).
3. Quels sont les nombres qui sont solutions des deux inéquations à la fois ? Ecrire un encadrement de x donnant toutes les solutions.

d) Problèmes de mise en équation :

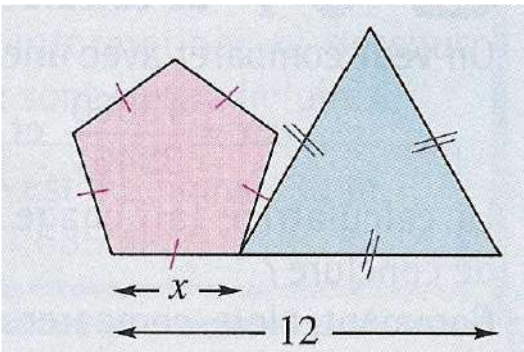
Exercice 1 :

Dans une salle de spectacle, si on place 5 élèves par banc, il restera 12 places libres.
Si on place 4 élèves par banc, 3 d'entre eux ne pourront pas s'asseoir. Combien y a-t-il de bancs ?

Exercice 2 :

Un téléphone portable avec sa housse pèse 110 g. On sait que le téléphone pèse 100 grammes de plus que sa housse. Combien pèse le téléphone ? Combien pèse la housse ?

Exercice 3 :



Calculer x pour que le périmètre du pentagone soit égal au périmètre du triangle équilatéral.

Exercice 4 :

Iman, Léa et Jordan comparent leurs âges.
La somme des trois âges est égale à 57 ans.
Imane a deux ans de plus que Léa. Léa a cinq ans de plus que Jordan.
On nomme x l'âge de Jordan. Ecrire, en fonction de x, l'équation correspondant à ce problème, puis la résoudre. Quels sont les âges de ces trois personnes ?

e) Programmes de calcul :

Exercice 1 :

On considère les deux programmes de calcul suivants :

Programme 1

- Choisir un nombre
- Prendre son double
- Ajouter 4
- Ajouter le triple du nombre choisi
- Annoncer le résultat

Programme 2

- Choisir un nombre
- Multiplier par 5
- Ajouter 15
- Soustraire 11
- Annoncer le résultat

1) Appliquer les 2 programmes au nombre -2 puis au nombre $\frac{3}{4}$
2) Marie affirme que quel que soit le nombre choisi initialement, les deux programmes mènent toujours au même résultat. Qu'en pensez-vous ? Justifier la réponse.

Exercice 2 :

Voici un programme de calcul :

• Choisir un nombre x • Ajouter 3 • Calculer le carré du résultat • Soustraire 9 • Annoncer le résultat

1) Montrer que, si on choisit le nombre 4, le résultat obtenu est 40.
2) Exprimer, en fonction de x, le résultat obtenu avec ce programme de calcul et montrer sue le résultat réduit est $x^2 + 6x$.
3) Déterminer les nombres à choisir pour que le résultat obtenu soit 0.

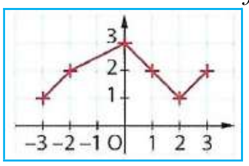
$$
\begin{aligned}
x &= (\pi+3)/2 \\
2x &= \pi+3 \\
2x(\pi-3) &= (\pi+3)(\pi-3) \\
2\pi x - 6x &= \pi^2 - 9 \\
9 - 6x &= \pi^2 - 2\pi x \\
9 - 6x + x^2 &= \pi^2 - 2\pi x + x^2 \\
(3-x)^2 &= (\pi - x)^2 \\
3 - x &= \pi - x \\
\pi &= 3
\end{aligned}
$$

Trouvez l'erreur !

IV Généralités sur les fonctions. Fonctions affines et linéaires :

a) Généralités sur les fonctions :

Q.C.M :

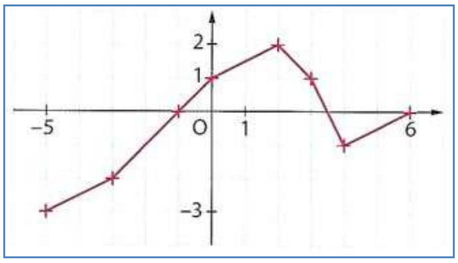
	A	B	C
1)Ce graphique définit une fonction f  L'image de 3 par f est…	0	1	2
2)Pour la fonction f définie par le graphique ci-dessus…	$f(1) = -3$	$f(-3) = 1$	$f(2) = 2$
3) Pour la fonction f définie par le graphique ci-dessus, 2 admet pour antécédents…	-3 et 1	2 ; 1 et 3	0 et -1
4)E est la fonction qui au numéro d'un département associe le nombre d'heures d'ensoleillement par an. (tableau ci-dessous) L'image de 64 par la fonction E est…	1873	1628	1689

Département	13	59	64	75
Nombre d'heures	2 835	1 628	1 873	1 689

5)Pour la fonction e définie par les tableau ci-dessus, un antécédent de 1628 est…	13	75	59
6) f est la fonction définie par $f(x)=3x+2$. L'image de -5 est …	-13	-17	17
7) g est la fonction définie par $g(x)=2x^2-5x+3$. L'image de -3 par g est…	36	54	0
8) f est la fonction qui à un nombre associe le produit de ce nombre par la somme de 3 et de ce nombre. La fonction f est …	$x\mapsto x+3x$	$x\mapsto x(x+3)$	$x\mapsto x^2+3x$
9) g est la fonction définie par $g(x)=x^2+x-6$. Un antécédent de 0 est…	-3	2	-6

<u>Exercice 1 :</u>

f est la fonction définie par le graphique :



1) Lire l'image de 0, puis de 2 et enfin de -3.
2) Lire les antécédents de 1, puis de -1.
3) Citer un nombre qui n'a pas d'antécédent.
4) Citer un nombre qui a trois antécédents.

<u>Exercice 2</u> :

f est la fonction définie par $f(x)=2(x-3)^2$.

1) Calculer l'image : de 0 ; de 3 ; de -2 ; de $\frac{3}{2}$.
2) Gaëlle affirme : « 10 et -4 ont la même image ». A-t-elle raison ?

<u>Exercice 3 :</u>

La fonction P associe à la vitesse V (en m/s) du vent, la puissance (en kW) délivrée par une éolienne :

Vitesse V	8	10	12	14	16	18	20
Puissance P(V)	30	60	115	175	180	175	160

1) D'après le tableau $P(10)=60$ .Que signifie cette écriture pour la situation ?
2) Pour quelles vitesses V a-t-on $P(V)=175$?

Exercice 4 :

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre x
- Calculer son carré
- Multiplier par 5.
- Ajouter 10
- Annoncer le résultat

1)a. Marc choisit 2 pour nombre de départ et obtient 30. Est-ce exact ?

b. Robin choisit 0,1 pour nombre de départ. Quel résultat obtient-il ?

2)a. On note p la fonction qui au nombre x choisi associe le résultat obtenu.
Déterminer l'expression de $p(x)$.

b.Calculer $p(-1)$, $p(3)$ et $p(0)$.

c.Vérifier que 0,2 est l'antécédent de 10,2.

b) Fonctions affines et linéaires :

Exercice 1 :

Dans chaque cas, dire si la fonction f est une fonction linéaire. Si oui, préciser son coefficient.

$f(x) = x-(2x+7)-3(x-4)+6x-19$;

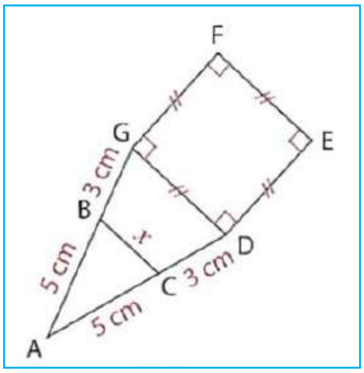
$f(x) = (3x+4)^2-(3x-4)^2$.

Exercice 2 :

Un père a quatre enfants de 7, 10, 11 et 12 ans. Pour leur attribuer de l'argent de poche, il veut partager une somme de 80 € proportionnellement à l'âge de chacun.
Comment doit-il procéder ?

Exercice 3 :

EFGD est un carré et ADG un triangle isocèle en A.
B est un point du segment [AG]. La parallèle à (GD) passant par B coupe [AD] en C.
On note $BC = x$ (en cm).
f est la fonction qui à x associe le périmètre, en cm, du carré EFGD.
Déterminer l'expression de $f(x)$puis tracer sa courbe représentative dans un repère.



Exercice 4 :

1) f est la fonction affine définie par $f(x) = 5x-4$.

Déterminer : a. l'image de 3 ;
b. l'antécédent de -1 ;
c. $f(-2)$.

2) g est la fonction affine définie par $g(x) = 2,5x-1$.

Déterminer : a. l'image de -2 ;
b. l'antécédent de -3,5 ;
c. $g(0)$.

Exercice 5 :

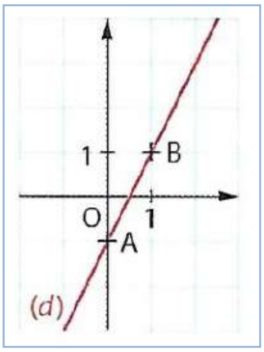
Ci-contre, dans ce repère, la droite (*d*) représente une fonction affine *f*.

1) Lire l'ordonnée à l'origine de (*d*).

2) En utilisant les points A et B de (*d*), lire le coefficient directeur de (d).

3) Déterminer l'expression de $f(x)$.

4) Calculer l'image de 2 et vérifier la cohérence avec une lecture graphique.



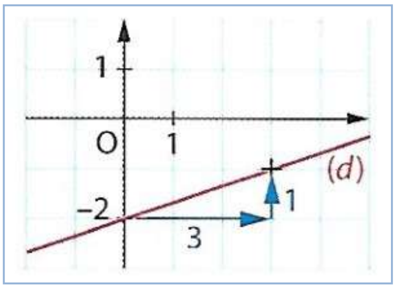
Exercice 6 :

1) *h* est la fonction affine définie par $h(x) = \frac{1}{3}x - 2$.

Expliquer comment Anne trace la droite (*d*) qui représente la fonction *h*.

2)Dans chaque cas, utiliser la méthode d'Anne pour tracer les droites représentant les fonctions affines suivantes :

a. $f : x \mapsto -\frac{2}{3}x + 5$; b. $g : x \mapsto \frac{3}{4}x - 3$



Exercice 7 :

Dans chaque cas, déterminer l'expression de $f(x)$ où *f* est une fonction affine :

1) $f(1) = 1$ et $f(3) = -3$; 2) $f(4) = 3$ et $f(-2) = 1$.

Exercice 8 :

Dans un même repère, (*d*) et (*d'*) sont les droites qui représentent les fonctions affines *f* et *g* définies par : $f(x) = 2x - 7$; $g(x) = -3x + 3$.

1) Tracer les droite (*d*) et (*d'*) dans un repère.

2) Lire les coordonnées de leur point d'intersection.

3) Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$. Pouvait-on prévoir le résultat ?