Eléments de réponses
« En route vers la Première »

Exercice 1 : $A=\sqrt{2}$ $\quad B=\dfrac{4}{15}$ On vérifie que $EF^2=EG^2+FG^2$

Exercice 2 : Soit f la fonction définie sur R par $f(x)=3x^2-4x+2$.

$f(-2)=22 \quad f(\sqrt{2})=8-4\sqrt{2} \quad f\left(\dfrac{1}{3}\right)=1 \quad f(1-\sqrt{3})=10-2\sqrt{3}$

Exercice 3 : Simplifier $A=\dfrac{7}{8}$ $\quad B=\dfrac{7}{45}$

Exercice 4 :

a) $I\cup J=[-8;7[$ et $I\cap J=]1;5]$ $\quad$ b) $I\cup J=]-\infty;10[$ et $I\cap J=\varnothing$

$K=]-\infty;-5[\cup]-5;0[\cup]0;6[\cup]6;+\infty[$ $\quad (K=\mathbb{R}-\{-5;0;6\})$

Exercice 5 :

$A=-2(2x-1)^2$ $\quad D=(1-x)(2x-1)$

$B=(x-9)\left[1-(x-9)^2\right]=(x-9)(10-x)(x-8)$ $\quad E=(0,5x-1)^2$

$C=x(x+1)(3x-1)$ $\quad F=3(1-4x)(1+2x)$

Exercice 6:

$f(x)=x+3+4(x-2)(x+3)-(x+3)^2$

$f(x)=(x+3)(3x-10)$

$f(x)=3x^2-x-30$

Exercice 7 : Déterminer l'ensemble des solutions de chacune des équations suivantes :

a) $4(x+1)^2=(3x-1)^2 \quad S=\left\{3;-\dfrac{1}{5}\right\}$ $\quad$ b) $(x+5)(3x+1)=x^2+10x+25 \quad S=\{-5;2\}$

c) $(x+5)(3x+5)=x^2+10x+25 \quad S=\{-5;0\}$ $\quad$ d) $\dfrac{2-x}{x+4}=2 \quad S=\{-2\}$

e) $\dfrac{3}{x+1}=\dfrac{-2}{2-x} \quad S=\{8\}$

Exercice 8 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-2x^2+5x-1$.

$f(-1)=-8$ $\quad$ Les antécédents de -1 sont 0 et 5/2

Exercice 9 :

a) $-3y-4\geq -y+7+2(y-3)-5 \quad S=]-\infty;0]$

b) $x-\dfrac{6x+1}{4}>3 \quad S=\left]-\infty;-\dfrac{13}{2}\right[$

c) $3-\dfrac{2x+3}{5}>\dfrac{4x-2}{3} \quad S=\left]-\infty;\dfrac{8}{13}\right[$

d) $\dfrac{x+2}{4}-3\geq\dfrac{1}{4}-\dfrac{3x-1}{2} \quad S=\left[\dfrac{13}{7};+\infty\right[$

Exercice 10 :

a) $(3-2x)(3+2x)<0$ $S=\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right[\cup\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$

b) $\frac{x-1}{2x}\geq 0$ $S=]-\infty;0[\cup[1;+\infty[$

c) $(3-x)^2-16x^2\geq 0$ $3(3-5x)(1+x)\geq 0$ $S=\left[-1;\frac{3}{5}\right]$

d) $x(x-1)\geq 0$ $S=]-\infty;0]\cup[1;+\infty[$

e) $\frac{2x+1}{x+2}\leq 1\Leftrightarrow\frac{x-1}{x+2}\leq 0$ $S=]-2;1]$

f) $\frac{x(x+1)}{3-2x}\leq 0$ $S=[-1;0]\cup\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$

g) $\frac{x+5}{x-1}\leq\frac{x-3}{x+2}\Leftrightarrow\frac{11x+7}{(x-1)(x+2)}\leq 0$ $S=]-\infty;-2[\cup\left[\frac{-7}{11};1\right[$

Exercice 11 :

1) $|x|=7$ $S=\{7;-7\}$ 2) $|x|=\pi$ $S=\{\pi;-\pi\}$ 3) $|x|=-\sqrt{2}$ $S=\varnothing$

4) $|x|\leq 3$ $S=[-3;3]$ 5) $|x|>\frac{3}{4}$ $S=\left]-\infty;-\frac{3}{4}\right[\cup\left]\frac{3}{4};+\infty\right[$

6) $|x|\geq 6$ $S=]-\infty;-6]\cup[6;+\infty[$ 7) $|x-3|=2$ $S=\{5;1\}$

8) $|x+2|=5$ $S=\{3;-7\}$ 9) $|x-7|<4$ $S=]3;11[$

Exercice 12 : a) $Df=[-4;5]$ b) $f(-3)=-1$ c) Les antécédents de 0 par f sont 0 ; 3,5 ; 4,5

d) $f(x)\leq -1$ $S=[-4;-3]\cup[-1,5;-0,3]\cup\{4\}$;

-2 est le minimum (atteint 2 fois) et 4 est le maximum.

Exercice 13 : Les fonctions $g(x)=-1-\frac{x}{2}$ et $l(x)=-\frac{2x}{3}-\frac{4}{3}$

Exercice 14 : 1) $f(x)=\frac{-4}{5}x+\frac{7}{5}$ 2) $f(x)=\frac{4}{3}x+\frac{5}{3}$

Exercice 16 : quand $-2\leq x\leq -1$. $x^2\in[1;4]$ et $-3x^2+1\in[-11;-2]$

Exercice 17 : Soit g la fonction définie pour tout réel x de l'intervalle $]0;+\infty[$ par $g(x)=\frac{65}{4x}$.

$g(130)=\frac{1}{8}$ et $g\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{195}{4}$. O n'a pas d'antécédent et 13/4 est l'antécédent de 5.

$f(x)\leq 2\Leftrightarrow\frac{5x}{13}\leq 2\Leftrightarrow x\leq\frac{26}{5}$. $f(x)=g(x)$. $S=\left\{\frac{13}{2};-\frac{13}{2}\right\}$

Exercice 18 : $f(x)=x+6$ $x^2\geq x+6\Leftrightarrow S=]-\infty;-2]\cup[3;+\infty[$.

Exercice 19 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-x-6$

$f(0)=-6$ $f(-3)=6$ $f(\sqrt{2}+1)=\sqrt{2}-4$

$-\frac{25}{4}$ est le minimum de la fonction. Il est atteint quand $x=\frac{1}{2}$

Exercice 20 : $f(-1)=-7$; $f(0)=-2$; $f(1)=1$; $f(2)=2$; $f(3)=1$

Les antécédents de -1 sont environ 3,7 et 0,3
Les antécédents de 0 sont environ 3,4 et 0,6
Les antécédents de 1 sont 1 et 3
L'antécédent de 2 est 2

$f(x)\geq 0 \Leftrightarrow x\in[1;3]$

$f(x)<0 \Leftrightarrow x\in\left]-\infty;1\right[\cup\left]3;+\infty\right[$

$f\left(\sqrt{2}\right)=-4+4\sqrt{2}$ $\quad f\left(\frac{-1}{3}\right)=-\frac{31}{9}$ $\quad f\left(\sqrt{3}-1\right)=-10+6\sqrt{3}$

$g(x)=x^2-6$

x	-1	0	1	2	3	4
g(x)	-5	-6	-5	-2	3	10

x	-1	....	0	....	4
Variation de la fonction g	*-5*	$\searrow$	*-6*	$\nearrow$	10

Les points d'intersection des 2 courbes Cf et Cg sont $L\left(1+\sqrt{3};-2+2\sqrt{3}\right)$ et $L'\left(1-\sqrt{3};-2-2\sqrt{3}\right)$ soit $L(2,73;1,46)$ et $L'(-0,73;-5,46)$

Exercice 21 : Si on fixe le prix d'un repas à 4 €, l'offre est $f(4)=16,25$ € et la demande est $g(4)=25$ €.
Si on fixe le prix d'un repas à 8 €, l'offre est $f(8)=25,625$ € et la demande est $g(8)=5$ €.

L'offre est égale à la demande, quand on a . $f(x)=g(x)$ soit $35-\frac{75}{x}=45-5x \Leftrightarrow 5x^2-10x-75=0$ qui est vrai pour $x=-3$ ou $x=5$. L'offre est-elle supérieure à la demande quand x est supérieur à 5.

Exercice 22 : $D_f=\mathbb{R}-\{4;5\}$ $\quad D_g=\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right\}$ $\quad D_h=\mathbb{R}$ $\quad D_i=\left[3;+\infty\right[$

$D_k=\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ $\quad D_m=\left[\frac{5}{2};3\right]$ $\quad D_n=\left]-\infty;\frac{1}{3}\right[$

Exercice 23 : Quand $-5\leq x\leq -\frac{1}{3}$ alors $x^2\in\left[\frac{1}{9};25\right]$; Quand $x\epsilon\left[-\sqrt{3};5\right]$ alors $x^2\in[0;25]$

Quand $x<-4$ alors $x^2\in\left]16;+\infty\right[$

Exercice 24 : Quand $x\epsilon\ ]0;5]$ alors $\frac{1}{x}\in\left[\frac{1}{5};+\infty\right[$; Quand $x\epsilon\ [-3;0[$ alors $\frac{1}{x}\in\left]-\infty;\frac{-1}{3}\right]$

Exercice 25 : Le volume d'une sphère de rayon 3 cm est $36\pi cm^3$

Exercice 26 : $0,2x\geq\frac{1}{2}\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x(0,8-\pi x)\geq 0$ $\quad S=\left[0;\frac{0,8}{\pi}\right]$

Exercice 27 :

a) Le volume de la pyramide ABCDE est $72cm^3$
b) Le volume du tétraèdre ABCF est $36cm^3$

Exercice 28 : $\overrightarrow{BC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

Exercice 30 : $A(0;0)$ $B(1;0)$ $D(0;1)$ $I(0,5;0)$ $J(0,5;1)$ $\overrightarrow{IK}=\overrightarrow{LJ}\begin{pmatrix}x-0,5\\y\end{pmatrix}$

$K(x;y)=(x;1-x)$ et $L(1-x;1-y)=(1-x;x)$

b) IJ = KL donc OL = OL = OI = OJ pour que ILJK soit un rectangle.

Exercice 31 : $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ $\overrightarrow{BF}=-\overrightarrow{AB}-\frac{4}{3}\overrightarrow{AD}$ $\overrightarrow{AE}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{BF}$

Exercice 32 :

$\overrightarrow{RS}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$. et $\overrightarrow{ST}=-\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$ donc $2\overrightarrow{RS}=\overrightarrow{ST}$. *R, S, T* alignés

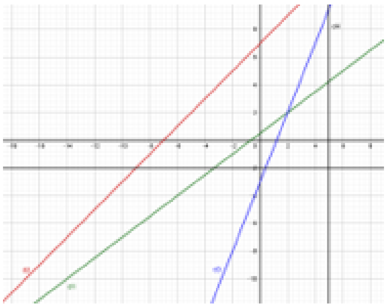
Exercice 33 : *M* milieu de $[EG]$: $M\left(-\frac{5}{2};0\right)$; *H* symétrique de *F* par rapport à *M*. $H(-6;-2)$

$EF=2\sqrt{13}$; $FG=\sqrt{13}$; $FG=\sqrt{65}$ $FG^2=EF^2+EG^2$ *EFGH* est un rectangle.

Soit C le cercle circonscrit au triangle *EFG* rectangle en F donc le centre est M et le rayon est 0,5EG

EFT est rectangle en *E* donc $FT^2=EF^2+ET^2$ soit $1+(a-2)^2=52+9+(a+4)^2 \Leftrightarrow a=-6$

Exercice 34 :



Exercice 35 : $d_1: 2x+3y-4=0$ $\vec{u}_1\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$ et $d_2: 4x+5y-6=0$ $\vec{u}_2\begin{pmatrix}-5\\4\end{pmatrix}$.

Le point d'intersection de d_1 et d_2 est $E(-1;2)$

$d': 2x+3y=0$ $d'': 4x+5y+3=0$ $C\notin d_1$ et $D\in d_1$

Exercice 36 : $\vec{u}_{d_1}\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$ $\vec{w}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\2\end{pmatrix}$ $\vec{x}\begin{pmatrix}2\\-8\end{pmatrix}$ $d_1: 4x+y+7=0$ $d': 4x+y=0$

Exercice 37 : (AB) et (CD) sont parallèles car $2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. Le coefficient directeur est 2/3

Exercice 38 : $\overrightarrow{AB}\left(\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$ et $\overrightarrow{AC}\left(2;\frac{4}{3}\right)$ *A, B et C* ne sont pas alignés.

Exercice 39 : $5\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$. Les points *A, B et C* sont alignés. Equation cartésienne de $(AB): 2x+y=0$

Exercice 40 : Equation cartésienne de $(AB): 2x+5y-11=0$ Le point C n'appartient pas à (AB). $E\begin{pmatrix}\frac{11}{2}\\0\end{pmatrix}$

Exercice 41 : $S_1=\{(1;1)\}$ $S_2=\{(1;-1)\}$ $S_3=\{(2+4y;y)\}$ $S_4=\{(-2;4)\}$

Exercice 42 : Il existe 18 codes possibles. La probabilité que le code comporte 2 chiffres distincts est 1/3.

Exercice 43 : Répartition des notes d'une classe de seconde au 3$^{\text{ème}}$ trimestre

notes	6	7	10	12	15	Total
Effectifs	5	6	8	2	7	28
ECC	5	11	19	21	28	28

2) La moyenne de cette série de notes est de 10,03. 3) La médiane de cette série est de 10.
4) Le pourcentage d'élèves ayant la moyenne est de 60,7%
5) Si le professeur augmente chaque note d'un point, la nouvelle moyenne augmente de 1.
6) La moyenne du 1$^{\text{er}}$ trimestre était de 10,97.

Exercice 44 : La probabilité que l'une des salles au moins soit occupée est 0,9 signifie que $0{,}9=p(S1\cup S2)$; La probabilité que les deux salles soient occupées vaut 0,5 signifie que $0{,}5=p(S1\cap S2)$. $p(S1\cup S2)=p(S1)+p(S2)-p(S1\cap S2)\Leftrightarrow p(S1)=p(S2)=0{,}7$

a) $A=\overline{S1}$ $\quad p(A)=p(\overline{S1})=0{,}3$

b) $B=\overline{S1}\cap\overline{S2}=\overline{S1\cup S2}$ $\quad p(B)=p(\overline{S1\cup S2})=1-p(S1\cup S2)=0{,}1$

c) $C=(S1\cap\overline{S2})\cup(\overline{S1}\cap S2)\cup(\overline{S1}\cap\overline{S2})$ $\quad p(C)=1-p(\overline{S1\cap S2})=0{,}5$